

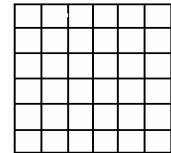
Problem Sheet – 2006

4^й – 5^й классы, Второй тур

1. Все четные натуральные числа от 2 до 2006 выписаны подряд: 246810 20042006. Найдите количество цифр в полученном числе.

2. Набор из трех попарно различных чисел назовем “хорошим”, если любые два из них отличаются либо на 2, либо в 2 раза. Найдите количество “хороших” наборов натуральных чисел. “Хорошие” наборы, отличающиеся только порядком чисел, считаются одинаковыми.

3. Клетчатый квадрат 6×6 разрежали (по линиям клеток) на несколько попарно различных прямоугольников. Найдите наибольшее возможное количество этих прямоугольников.



4. В выражении $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100$ разрешается заменить несколько знаков “+” на знаки “-“. Из всех возможных выражений выбирается то, числовое значение которого наиболее близко к 2006. Найдите числовое значение выбранного выражения.

5. Каждая сторона квадрата разбита на 3 равных отрезка. Отметим все 12 точек разбиения, включая 4 вершины квадрата. Найдите количество треугольников с вершинами в отмеченных точках.

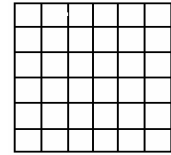
Problem Sheet – 2006

6^й – 7^й классы, Второй тур

1. Все нечетные натуральные числа от 1 до 2007 выписаны подряд: 13579 20052007. Сколько раз в полученном числе встречается цифра 1?

2. Набор из трех попарно различных чисел назовем “хорошим”, если любые два из них отличаются либо на 2, либо в 2 раза. Найдите количество “хороших” наборов целых чисел. “Хорошие” наборы, отличающиеся только порядком чисел, считаются одинаковыми.

3. Клетчатый квадрат 6×6 разрезали (по линиям клеток) на 8 попарно различных прямоугольников. Для каждого такого разбиения выбрали прямоугольник, содержащий наибольшее количество клеточек. Найдите наибольшее возможное количество клеточек в выбранном прямоугольнике.



4. В выражении $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2005 + 2006$ разрешается заменить несколько знаков “+” на знаки “-”. Из всех возможных выражений выбирается то, числовое значение которого наиболее близко к 2006. Найдите числовое значение выбранного выражения.

5. Каждая сторона квадрата разбита на 4 равных отрезка. Отметим все 16 точек разбиения, включая 4 вершины квадрата. Найдите количество прямоугольных треугольников с вершинами в отмеченных точках.

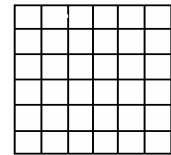
Problem Sheet – 2006

8^й класс, Второй тур

1. Все натуральные числа от 1 до 2006 выписаны подряд: 1234 20052006. Сколько раз в полученном числе встречаются две единицы подряд?

2. Набор из трех попарно различных чисел назовем “хорошим”, если любые два из них отличаются либо на 2, либо в 2 раза. Найдите количество “хороших” наборов положительных чисел. “Хорошие” наборы, отличающиеся только порядком чисел, считаются одинаковыми.

3. Клетчатый квадрат 6×6 разрезали (по линиям клеток) на 8 попарно различных прямоугольников. Для каждого такого разбиения выбрали прямоугольник, содержащий наибольшее количество клеточек. Найдите наименьшее возможное количество клеточек в выбранном прямоугольнике.



4. В выражении $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2005 + 2006$ разрешается:

- заменить только один знак “+” на знак “-“;
- поставить открывающую скобку “(” сразу после этого знака “-“;
- поставить закрывающую скобку “)” в самом конце, после 2006.

Из всех возможных выражений выбирается то, числовое значение которого наиболее близко к 2006. Найдите числовое значение выбранного выражения.

5. Каждая сторона квадрата разбита на 4 равных отрезка. Отметим все 16 точек разбиения, включая 4 вершины квадрата. Найдите количество прямоугольных треугольников с вершинами в отмеченных точках.

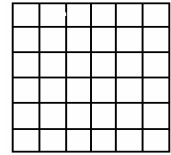
Problem Sheet – 2006

9^й – 10^й классы, Второй тур

1. Все натуральные числа от 1 до 2006 записали римскими цифрами и выписали подряд: IIIIIVV ... MMVMMVI. Сколько раз в полученной записи встречается римская цифра I?

2. Набор из трех попарно различных чисел назовем “хорошим”, если любые два из них отличаются либо на 2, либо в 2 раза. Найдите количество “хороших” наборов рациональных чисел. “Хорошие” наборы, отличающиеся только порядком чисел, считаются одинаковыми.

3. Клетчатый квадрат 6×6 разрежали (по линиям клеток) на наибольшее возможное количество попарно различных прямоугольников. Для каждого такого разбиения выбрали прямоугольник, содержащий наибольшее количество клеточек. Найдите наибольшее возможное количество клеточек в выбранном прямоугольнике.



4. В выражении $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2005 + 2006$ разрешается:

- заменить только один знак “+” на знак “-“;
- поставить открывающую скобку “(” сразу после этого знака “-“;
- поставить закрывающую скобку “)” в самом конце, после 2006.

Из всех возможных выражений выбирается то, числовое значение которого наиболее близко к 2006. Найдите числовое значение выбранного выражения.

5. В квадрате $ABCD$ точка P – середина стороны BC . Точки Q и R выбраны на стороне AD таким образом, что $4AQ = 4DR = AD$. Найдите сумму величин углов $\angle ACQ$, $\angle BRP$ и $\angle ABQ$ (в градусах).

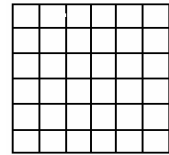
Problem Sheet – 2006

11^й – 12^й классы, Второй тур

1. Все натуральные числа от 1 до 2006 записали римскими цифрами и выписали подряд: IIIIIIVV ... MMVMMVI. Найдите количество римских цифр в полученной записи.

2. Набор из трех попарно различных чисел назовем “хорошим”, если любые два из них отличаются либо на 2, либо в 2 раза. Найдите количество “хороших” наборов действительных чисел. “Хорошие” наборы, отличающиеся только порядком чисел, считаются одинаковыми.

3. Клетчатый квадрат 6×6 разрезали (по линиям клеток) на наибольшее возможное количество попарно различных прямоугольников. Для каждого такого разбиения выбрали прямоугольник, содержащий наибольшее количество клеток. Найдите наименьшее возможное количество клеток в выбранном прямоугольнике.



4. В выражении $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2005 + 2006$ разрешается:

- заменить только один знак “+” на знак “-“;
- поставить открывающую скобку “(” сразу после этого знака “-“;
- поставить закрывающую скобку “)” сразу после какого-нибудь числа, расположенного справа от знака “-“ (но не обязательно после числа непосредственно следующего за знаком “-“).

Из всех возможных выражений выбирается то, числовое значение которого наиболее близко к 2006. Найдите числовое значение выбранного выражения.

5. В квадрате $ABCD$ на стороне AB выбрана точка P , на стороне BC – точки Q и R , и на стороне AD – точка S таким образом, что $3BP = 3BQ = 3CR = 3DS = AD$. Найдите, на сколько градусов сумма величин углов $\angle BSQ$, $\angle BRP$ и $\angle SPD$ превышает величину угла $\angle RPC$